

---

## EJERCICIOS DEL TEMA 7

### Recta y el plano

Semestre 2018-2

---

1.- Sea la recta  $L$  que contiene a los puntos  $A(2, -1, 3)$  y  $B(0, 1, 2)$ .

Obtener:

a) la distancia del punto  $M(0, -1, 1)$  a la recta  $L$ .

b) el ángulo que forman  $L$  y la recta  $R: \begin{cases} \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} \\ z = 0 \end{cases}$ .

---

2.- Sea la recta  $L$  que contiene al punto  $A(2, -1, 0)$  y es paralela al vector  $\vec{m} = (1, -2, 1)$ .

Obtener:

a) Unas ecuaciones paramétricas de  $L$ .

b) El valor de  $b \in \mathbb{R}$  para que la recta  $S: \frac{2x-2}{4b} = \frac{-y+1}{4} = \frac{z-1}{2}$  sea paralela a la recta  $L$ .

---

3.- Sea la recta  $M$  de ecuaciones  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 \end{cases}$ . Obtener las coordenadas de los puntos  $A$  y  $B$

que pertenecen a  $M$  y que se encuentran a 3 unidades del punto  $C(0,0,0)$ .

---

4.- Obtener una ecuación cartesiana del plano  $\pi$ , si:

a) contiene a la recta  $M: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$  y a la recta  $N: \begin{cases} x = -2 + 2s \\ y = -2s \\ z = -2s \end{cases}$

b) contiene al punto  $A(-1, 2, 3)$  y a la recta  $L: \begin{cases} x - 2 = y \\ z = -1 \end{cases}$

---

c) contiene a las rectas  $R: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 2-t \\ z = 5+t \end{cases}$  y  $\bar{p}(s) = (2+3s, 2-3s, -9s)$

---

5.- Sean el punto  $A(0, 1, 0)$  y el plano  $\pi: \begin{cases} x = \alpha \\ y = 0 \\ z = \beta \end{cases}$ .

Obtener:

- Las coordenadas del punto  $C$  simétrico del punto  $A$  respecto al plano  $\pi$ .
  - Unas ecuaciones paramétricas de la recta  $L$  que es perpendicular al plano  $\pi$  y contiene al punto  $D(-1, 2, 3)$ .
- 

6.- Sean los planos  $\pi_1: x - y + z = 0$  y  $\pi_2: 2x - y - z = 2$ .

- Obtener una ecuación vectorial de la recta  $L$  paralela a la recta que se forma con la intersección entre el plano  $\pi_1$  y  $\pi_2$  y que contiene al punto  $A(2, -1, 2)$ .
  - Calcular la distancia del punto  $J(5, -1, 2)$  al plano  $\pi_1$ .
  - Calcular la distancia del plano  $\pi_2$  al plano  $\pi_3: 6x - 3y - 3z = 0$ .
- 

7.- Obtener:

- Una ecuación cartesiana del plano  $\pi$  paralelo al plano XZ y que corta al eje Y en el punto de ordenada 8.
  - Una ecuación cartesiana del plano  $\pi_1$  que contiene al punto  $C(2, 0, 1)$  y es paralelo al plano  $\pi_2: 3x - 2y + z - 2 = 0$ .
  - Una ecuación cartesiana de un plano  $\pi_3$  que dista 10 unidades del origen y es paralelo al plano de ecuación  $\pi_4: 2x - y - 2z - 8 = 0$ .
- 
-

8.- Obtener una ecuación cartesiana del plano  $\pi$  que contiene al punto  $M(0, 2, -1)$  y es perpendicular simultáneamente a los planos

$$\pi_1: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = r \end{cases} \quad \text{y} \quad \pi_2: z - 4 = 0.$$

---

9.- Sean el plano  $\pi: x - y + z = 1$  y la recta  $M: \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 2z \end{cases}$ .

Obtener:

- Una ecuación vectorial de la recta  $N$  que es perpendicular a  $\pi$  y contiene al punto  $A(0, 1, 2)$ .
  - Las coordenadas del punto  $B$ , intersección de la recta  $M$  y el plano  $\pi_1: y = 3$ .
- 

10.- Sean el plano  $\pi: z = 9$  y sea el punto  $B(-1, 0, 1)$  que pertenece a la recta  $M$  cuyos ángulos directores son  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$  y  $\gamma$ , siendo  $\gamma$  un ángulo obtuso.

Obtener:

- Unas ecuaciones paramétricas de  $\pi$ .
  - Unas ecuaciones cartesianas de  $M$ .
  - El ángulo que forma  $\pi$  y  $M$ .
- 

11.- Sea el plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$  y  $C(-1, 2, 0)$ .

Obtener:

- Las coordenadas del punto  $D$  intersección entre  $\pi$  y la recta  $\vec{p}(x, y, z) = 0\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + t\mathbf{k}$

- La distancia de la recta  $M: \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} \\ z = 3 \end{cases}$  al plano  $\pi$ .
-

12.- Sean dos ductos que conducen líquido y tienen por ecuaciones a

$$L_1: \begin{cases} x = 3-t \\ y = t \\ z = -1 \end{cases} \quad y \quad L_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{-1} = z$$

Obtener:

- La distancia entre los ductos  $L_1$  y  $L_2$ .
- Las coordenadas de los puntos  $A \in L_1$  y  $B \in L_2$  donde los ductos se encuentran a una mínima distancia.

13.- Sean las rectas  $M: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2-t \\ z = t \end{cases}$  y  $N: \frac{2x+2}{4} = -y+2 = \frac{6z}{-18}$

Obtener las coordenadas del punto  $S$  intersección entre  $M$  y  $N$ .

14.- La trayectoria de un proyectil está definida por la ecuación vectorial  $\bar{p} = 2\mathbf{i} + t\mathbf{j} + \sqrt{3}t\mathbf{k}$ , dicho proyectil se impacta contra un muro situado en el plano de ecuaciones paramétricas

$$M: \begin{cases} x = m \\ y = n \\ z = 0 \end{cases}; \quad m, n \in R.$$

Calcular el ángulo entre la trayectoria del proyectil y el muro.

15.- Sean los planos  $\pi_1: kx + y + z = 0$ ,  $\pi_2: x + ky + z = 0$  y  $\pi_3: x + y + kz = 0$ .

- Los valores de  $k \in R$  para que la intersección entre  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  y  $\pi_3$  sea un punto.
- Los valores de  $k \in R$  para que la intersección entre  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  y  $\pi_3$  sea una recta.